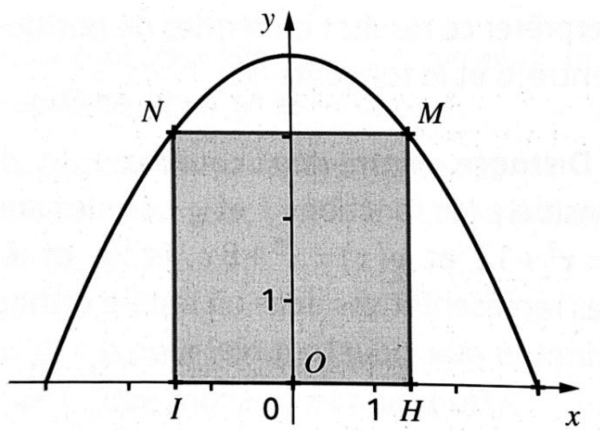
Devoir Maison

1. Problème : *une grande pièce pour de grandes œuvres…*



Pour exposer ses œuvres, un sculpteur souhaite construire une pièce parallélépipédique sous son hangar de forme parabolique. Une vue en coupe de face du projet est donnée ci-contre. Toutes les longueurs sont en mètres, la **profondeur du hangar est 10 m.**

La forme du hangar est modélisée par la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $\boldsymbol{y = -\frac{4}{9}x^2 + 4}$.

L'axe (O*x*) représente le sol. **M et N appartiennent à la parabole**, I et H appartiennent à l'axe (O*x*).

NMHI correspond à la pièce à construire vue de face, c'est un rectangle, on appelle ***x* l'abscisse du point M**.

M étant « à droite » de l'axe (O*y*), *x* est positif.

Le sculpteur souhaite que la pièce à construire ait un volume maximal.

1. Lorsque *x* vaut 2 mètres
   1.a. Calculer l'ordonnée du point M.
   1.b. Calculer le volume de la pièce à construire. On donnera la valeur exacte et une valeur approchée au centième.
2. M se déplace sur la branche droite de la parabole du sommet jusqu'au sol.
   Déterminer l'intervalle auquel *x* appartient.
3. Déterminer la valeur de *x* pour que le volume de la pièce soit **maximal**. On donnera la valeur exacte et une valeur approchée au centième.
   (pour répondre à cette question il est conseillé d'exprimer le volume *V* en fonction de *x*, on montrera que $V(x) = -\frac{80}{9}x^3 + 80x$ puis on trouvera le maximum grâce aux nouvelles notions vues en classe)
4. Donner les dimensions (valeurs exactes et approchées) de cette pièce.

2. Exercice :

1. Préciser l'ensemble de dérivabilité de la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$
2. Déterminer la fonction dérivée de *f*.
3. Quel est le signe de *f'* ? justifier.